

衝撃力の計算

原田恒司

九州大学大学院理学研究院物理学部門

(Dated: 平成 21 年 3 月 13 日)

ある高さからバイクに乗って落下する人間の受ける衝撃力を評価する。

[平成 23 年 3 月追記: このファイルについては

<http://higgs.phys.kyushu-u.ac.jp/~koji/download.html>

を参照してください。]

I. 衝撃力の定義

質量 m [kg] の物体が地上より高さ h [m] のところから落下したときの地上での速さ v [m/s] は、重力加速度を g [m/s²] として

$$v = \sqrt{2gh} \quad (1.1)$$

で与えられる¹。この物体はそのとき、 mv [kg·m/s] という運動量を持つ。着地によって、着地台より力 F [N] を時間 Δt [s] だけ受け、この運動量はゼロになる。そのとき、力が一定であると仮定すると²

$$F\Delta t = mv \quad (1.2)$$

が成り立つので、

$$F = \frac{mv}{\Delta t} \quad (1.3)$$

を得る。これをその物体が受ける衝撃力とする。

II. Δt の評価

この問題で難しいのは Δt の評価である。以下では次のように考えることにする。

落下した物体は地上では速度 v [m/s] を持っている。この物体がおよそ l [m] だけ進むことによって衝撃を吸収し、速度がゼロになったと考える。そうすると速度がゼロになるまでの時間は l/v [s] で与えられる。それゆえ次元解析から

$$\Delta t = \frac{l}{v} \quad (2.1)$$

と評価できる。

一定の力が働き、加速度 $-a$ [m/s²] の等加速度運動によって速度がゼロになったとすると、 $v = a\Delta t$ 、 $l = \frac{1}{2}a(\Delta t)^2$ から

$$\Delta t = \frac{2l}{v} \quad (2.2)$$

$\Delta t = 2l/v$ と factor 2 だけ異なる。

また、弾力的な力が働いて速度がゼロになったとすると、バネ定数を k [N/m] として、変位 x [m] は

$$x = A \sin\left(\sqrt{\frac{k}{m}}t\right) \quad (2.3)$$

で与えられるが、 $t = 0$ で速度が v であったことを用いると

$$A = v\sqrt{\frac{m}{k}} \quad (2.4)$$

となる。 $\Delta t = (\pi/2)\sqrt{m/k}$ であるとき $x = l = A$ となって静止することを用いると

$$\Delta t = \frac{\pi l}{2v} \quad (2.5)$$

となり、factor $\frac{\pi}{2}$ だけ異なる。

いずれの場合も $\mathcal{O}(1)$ の factor を除いて (2.1) と一致する。以下では (2.1) を用いる。そうすると (1.1) と (1.3) と (2.1) とから

$$F = \frac{mv^2}{l} = \frac{2mgh}{l} \quad (2.6)$$

を得る。

III. 衝撃力の評価

以上の準備の下に衝撃力の評価を行う。バイクに乗った人が落下する場合、人が受ける衝撃力はバイクの質量に関係ないと考えられるので、 $m = 60$ [kg] とする。落下した人は、自分の身長やバイク、および着地板の弾性を使って、およそ $l = 1$ [m] で衝撃を吸収すると考えられる。高さは $h = 30$ [m] であるとする。これらを (2.6) に代入して

$$F \approx 4 \times 10^4 \text{ [N]} \approx 4 \times 10^3 \text{ [kgf]} \quad (3.1)$$

を得る。すなわち、衝撃力は質量の単位で 4 トン程度であると評価できる。

¹ いま水平方向の速度は考えないが、このことは結論に影響しない。

² これは非現実的であるが、このノートで行われる程度の精度の評価では、あまり精密に考えても意味がない。